

# 國立中央大學八十七學年度轉學生入學試題卷

管理學院 二年級

科目：微積分

共 1 頁 第 1 頁

(共八題每題 12.5 分)

- (1). 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+5n} - \sqrt{n^2+1}) / (\sqrt{n^2+3n} - \sqrt{n^2+1})$  之值.
- (2). 計算定積分  $\int_1^3 (\ln 3x^2) \ln x dx$  之值.
- (3). 設  $p(x)$  是個六次多項式, 且  $p(5) = 7, p'(5) = 1, p''(5) = 2, p'''(5) = 6, p^{(4)}(5) = 72, p^{(6)}(5) = -1440$ . 求  $p(4) + p(6)$  之值.
- (4). 求  $f(x) = x^5 - 10x^3 + 20x^2 - 15x + 7$  的極大值和極小值.
- (5). 設  $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$ , 求  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y, z) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y, z) + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x, y, z)$ .
- (6). 上午 11 時, 甲船在 A 港北方 3 公里處以每小時 7 公里速度向北航行, 乙船在 A 港東方 4 公里處以每小時 6 公里速度向東航行. 求該時刻甲乙兩船距離變動情形.

下列(7),(8)二命題若認為正確請給予證明, 若認為不正確請舉反例說明.

- (7). 已知  $f(x)$  和  $g(x)$  都是閉間隔  $[3, 7]$  上的連續函數. 若  $f(x)$  在  $[3, 7]$  的最大值為 7,  $g(x)$  在  $[3, 7]$  的最大值為 10, 則  $f(x) + g(x)$  在  $[3, 7]$  的最大值為 17.
- (8). 已知  $f(x)$  和  $g(x)$  都是實數上的連續函數. 若  $f(x)$  和  $g(x)$  都在  $x = 5$  處有最大值, 則  $f(x) + [g(x)]^2$  也在  $x = 5$  處有最大值.